

TỔ TOÁN

MÔN: TOÁN - Lớp 12

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 01

(Thời gian làm bài: 90 phút)

(Đề có 04 trang)

Học sinh làm bài trên giấy kiểm tra

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây.

A. $\int f(x) dx = f'(x) + C.$

B. $\int f'(x) dx = f(x) + C.$

C. $\int f(x) dx = f'(x).$

D. $\int f'(x) dx = f(x).$

Câu 2. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau:

A. $f(x) = 2xe^{x^2}.$

B. $f(x) = x^2 e^{x^2} - 1.$

C. $f(x) = e^{2x}.$

D. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}.$

Câu 3. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx.$

A. $I = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \cos(0).$

B. $I = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin(0).$

C. $I = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos(0).$

D. $I = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin(0).$

Câu 4. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$, trục hoành, $x = 0$; $x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox .

A. $V = \pi \int_0^2 (2x - x^2) dx.$

B. $V = \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx.$

C. $V = \pi^2 \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx.$

D. $V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx..$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, vector nào sau đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 3y - 4z + 5 = 0$?

A. $\vec{n}_1 = (3; 4; 5).$

B. $\vec{n}_2 = (1; 3; -4).$

C. $\vec{n}_3 = (1; 3; 4).$

D. $\vec{n}_4 = (3; -4; 5).$

Câu 6. Cho hai biến cố A và B bất kì. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P(B) = P(A).P(A|B) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}).$

B. $P(B) = P(A).P(B|A) - P(\bar{A}).P(B|\bar{A}).$

C. $P(B) = P(A).P(B|A) + P(A).P(B|\bar{A}).$

D. $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}).$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $P(1;1;-1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;2;3)$ là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{2}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

Câu 8. Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(B|A)$

A. $\frac{56}{65}$.

B. 0,25.

C. 0,65.

D. 0,5.

Câu 9. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = -6, F(4) = -3$. Tính $\int_0^4 f(x)dx$

A. -3.

B. 3.

C. 18.

D. -9.

Câu 10. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 5x + 11y + 2z - 4 = 0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là:

A. 60° .

B. -30° .

C. 30° .

D. -60° .

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $I(2;3;4)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và đi qua A có phương trình là:

A. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z+4)^2 = 3$.

B. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z+4)^2 = 9$.

C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 45$.

D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 3$.

Câu 12: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Tính $P(\bar{B}|A)$

A. $\frac{3}{7}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{6}{7}$.

D. $\frac{1}{7}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;-1)$ và $B(3;2;-4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 6 = 0$.

a) Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{a} = (1;0;-1)$.

b) Đường thẳng AB và mặt phẳng (P) cắt nhau tại B .

c) Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là 30° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

d) Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là

$$\frac{x}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

(d) Đúng.

Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) nhận $\vec{u} = (2; 2; 1)$ làm vector chỉ phương nên có phương trình chính tắc là $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 2. Một lớp có 70% học sinh là nữ. Tỷ lệ học sinh nữ đạt danh hiệu học sinh giỏi là 35%, tỷ lệ học sinh nam đạt danh hiệu học sinh giỏi là 60%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp đó. Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn là nữ” và B là biến cố “Học sinh được chọn đạt danh hiệu học sinh giỏi”.

a) Xác suất của biến cố \overline{A} là 0,7.

b) Xác suất của biến cố B là 0,49.

c) A và B là hai biến cố độc lập.

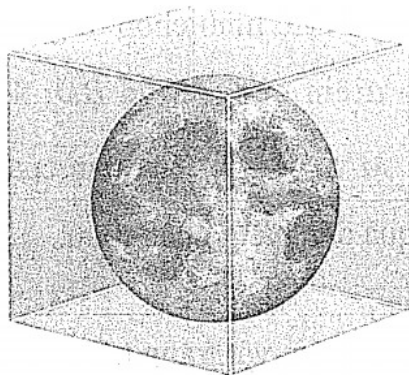
d) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{5}{7}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 48% số người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ và có 36% số người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ trên 50 tuổi. Biết một người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ, tính xác suất người đó trên 50 tuổi.

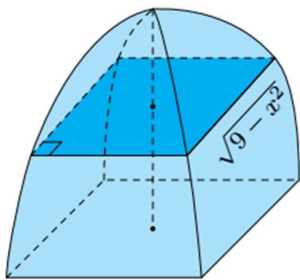
Câu 2. Một ô tô đang di chuyển với tốc độ 20 m/s thì hãm phanh nên tốc độ (m/s) của xe thay đổi theo thời gian t (giây) được tính theo công thức $v(t) = 20 - 5t$ ($0 \leq t \leq 4$). Kể từ lúc hãm phanh đến khi dừng, ô tô đi được quãng đường bao nhiêu?

Câu 3. Trong khối pha lê hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh 8 cm có mặt cầu cách đều các mặt của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ một khoảng 1 cm. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho đỉnh A trùng với gốc tọa độ O , đỉnh B thuộc tia Ox , đỉnh D thuộc tia Oy , đỉnh A' thuộc tia Oz . Khi đó, phương trình của mặt cầu bên trong khối pha lê hình lập phương là $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$. Tìm giá trị của $a + b + c + d$.



Câu 4.

Cho vật thể có hình dạng như hình bên dưới. Nếu cắt vật thể bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt đáy một khoảng x (m) ($0 \leq x \leq 3$) thì được hình vuông có cạnh $\sqrt{9 - x^2}$ (m). Thể tích của vật thể bằng bao nhiêu theo đơn vị m^3 ?



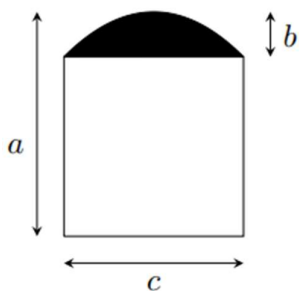
Phần IV. Tự luận. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.*

Câu 1. Người ta muốn thiết kế một bồn chứa khí hoá lỏng hình cầu bằng phần mềm 3D. Cho biết phương trình bề mặt của bồn chứa là $(S): (x-12)^2 + (y-12)^2 + (z-12)^2 = 25$. Phương trình mặt phẳng chứa nắp là $(P): z = 16$.



Tính bán kính của nắp (Xem nắp bồn chứa như là hình tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S)).

Câu 2. Nhà bạn Minh cần làm một cái cửa có dạng như hình vẽ, nửa dưới là hình vuông, phần phía trên (phần tô đen) là một Parabol. Biết các kích thước $a = 2.5m, b = 0.5m, c = 2m$. Biết số tiền để làm $1m^2$ cửa là 1 triệu đồng. Số tiền để cửa là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn 1 số thập phân sau dấu phẩy)?



Câu 3. Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất 0,55. Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuất hiện ở vị trí Y . Để phòng thủ, các bộ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y . Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó. Xét phương án tác chiến sau: *Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa.* Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8 và

các bộ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên?

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ và

$d_2: \begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=-t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45° và nhận vectơ $\vec{n}(1;b;c)$ làm một

vectơ pháp tuyến. Xác định tích bc .

ĐÁP ÁN

Phần I. 1B 2D 3B 4D 5B 6D 7B 8A 9B 10C 11D 12B

Phần II.

Câu 1. Đ Đ S Đ

Câu 2. S S S S

Phần III.

Câu 1.

Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 48% số người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ và có 36% số người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ trên 50 tuổi. Biết một người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ, tính xác suất người đó trên 50 tuổi.

Trả lời: 0,75

Gọi A là biến cố “Người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ”, B là biến cố “Người mua bảo hiểm ô tô trên 50 tuổi”. Ta cần tính $P(B|A)$.

Do có 48% người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ nên $P(A) = 0,48$.

Do có 36% số người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ trên 50 tuổi nên $P(AB) = 0,36$.

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,36}{0,48} = 0,75.$$

Câu 2 Một ô tô đang di chuyển với tốc độ 20 m/s thì hãm phanh nên tốc độ (m/s) của xe thay đổi theo thời gian t (giây) được tính theo công thức $v(t) = 20 - 5t$ ($0 \leq t \leq 4$). Kể từ lúc hãm phanh đến khi dừng, ô tô đi được quãng đường bao nhiêu?

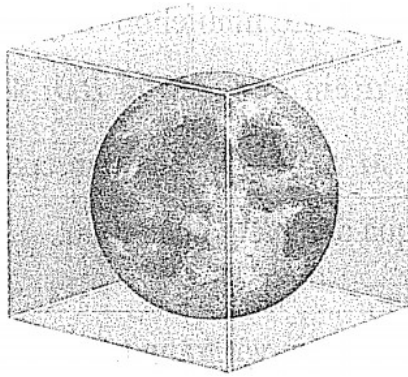
Trả lời: 40 (m)

Xe dừng khi $v(t) = 20 - 5t = 0 \Leftrightarrow t = 4$ ($v(t) \geq 0, \forall t \in [0; 4]$)

Quãng đường xe di chuyển từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng hẳn là

$$s = \int_0^4 v(t) dt = \int_0^4 (20 - 5t) dt = \left(20t - \frac{5}{2}t^2 \right) \Big|_0^4 = 40(m)$$

Câu 3. Trong khối pha lê hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh 8 cm có mặt cầu cách đều các mặt của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ một khoảng 1 cm. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho đỉnh A trùng với gốc tọa độ O , đỉnh B thuộc tia Ox , đỉnh D thuộc tia Oy , đỉnh A' thuộc tia Oz . Khi đó, phương trình của mặt cầu bên trong khối pha lê hình lập phương là $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$. Tìm giá trị của $a + b + c + d$.

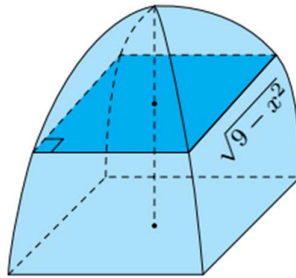


Trả lời: 51

Mặt cầu có tâm $I(4;4;4)$, $R=3$. nên có phương trình là $(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 9$ hay $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 8y - 8z + 39 = 0$

Suy ra $a + b + c + d = 51$

Câu 4. Cho vật thể có hình dạng như hình bên dưới. Nếu cắt vật thể bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt một khoảng x (m) ($0 \leq x \leq 3$) thì được hình vuông có cạnh $\sqrt{9-x^2}$ (m). Thể tích của vật thể bằng bao nhiêu theo đơn vị m^3 ?



Trả lời: 18

Thể tích của lều là $V = \int_a^b S(x)dx = \int_0^3 (\sqrt{9-x^2})^2 dx = 18(m^3)$.

Phần IV.

Câu 1.

Mặt cầu (S) có tâm $I(12;12;12)$ và bán kính $R=5$.

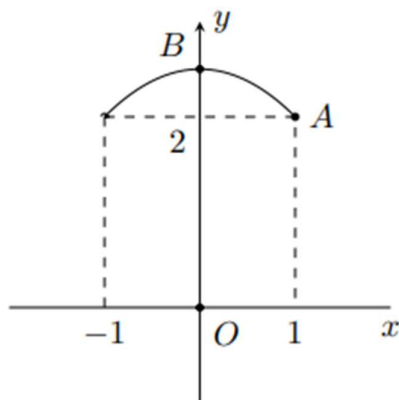
Gọi r là bán kính của nắp.

Khoảng cách từ tâm I của bồn chứa đến mặt phẳng (P) là $d = d(I; (P)) = 4$.

Ta có: $R^2 = r^2 + d^2 \Leftrightarrow r^2 = 25 - 16 = 9 \Leftrightarrow r = 3$.

Câu 2.

Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c$ là Parabol đi qua $A(1;2)$ và có đỉnh là $B(0;2.5)$



Khi đó ta có:
$$\begin{cases} a+b+c=2 \\ -\frac{b}{2a}=0 \\ c=2.5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-0.5 \\ b=0 \\ c=2.5 \end{cases} \Rightarrow (P): y = -0.5x^2 + 2.5$$

Diện tích cái cửa:
$$S = \int_{-1}^1 (-0.5x^2 + 2.5) dx = \frac{14}{3} m^2$$

Do đó số tiền để làm cửa là $\frac{14}{3} \approx 4.7$ triệu đồng

Câu 3.

Xét biến cố A : “Máy bay xuất hiện ở vị trí X ”, điều đó có nghĩa là biến cố \bar{A} : “Máy bay xuất hiện ở vị trí Y ”. Xét biến cố B : “Máy bay bị bắn hạ”.

Ta có $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$.

Tính $P(A)$, $P(\bar{A})$: $P(A) = 0,55$ và $P(\bar{A}) = 0,45$.

Tính $P(B|A)$: Đây là xác suất để máy bay bị bắn hạ tại vị trí X

Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất một 1 quả tên lửa (trong 2 quả tên lửa đối với máy bay ở vị trí X), mà xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8,

vậy: $P(B|A) = 1 - (1 - 0,8)(1 - 0,8) = 0,96$.

Tính $P(B|\bar{A})$: Đây là xác suất để máy bay bị bắn hạ tại vị trí Y .

Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất một 1 quả tên lửa (trong 1 quả tên lửa đối với máy bay ở vị trí Y), mà xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8,

vậy: $P(B|\bar{A}) = 0,8$.

Vậy $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,55 \cdot 0,96 + 0,45 \cdot 0,8 = 0,888$.

Vậy xác suất để máy bay bị bắn hạ là 0,888.

Câu 4.

Đường thẳng d_1 và d_2 có vectơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; -2; -1)$ và $\vec{u}_2 = (1; 0; -1)$.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; b; c)$.

$$\text{Từ giả thiết ta có: } \begin{cases} \vec{u}_1 \perp \vec{n} \\ \left| \frac{\vec{u}_2 \cdot \vec{n}}{|\vec{u}_2| \cdot |\vec{n}|} \right| = \sin 45^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1 \cdot \vec{n} = 0 \\ \left| \frac{1 \cdot 1 + 0 \cdot b + (-1) \cdot c}{\sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + b^2 + c^2}} \right| = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 2b - c = 0 \\ |1 - c| = \sqrt{1 + b^2 + c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b + c = 2 \\ (1 - c)^2 = 1 + b^2 + c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b + c = 2 \\ b^2 + 2c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = -2 \end{cases}$$

Vậy $b.c = -4$.

